3. Proportionnalité des accroissements

Prop : on considère la fonction affine $f : x \longrightarrow ax + b$

Pour 2 nombres distincts x_1 et x_2 :

$$a = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$$

Les accroissements des images $f(x)$ sont proportionnels aux accroissements des nombres x associés. Le coefficient de proportionnalité de ces accroissements est le nombre a.

Rmq : Cette propriété permet de déterminer le coefficient a d'une fonction affine lorsque l'on connait 2 nombres distincts x_1 et x_2 et leurs images $f(x_1)$ et $f(x_2)$.

f est une fonction affine. Sa représentation graphique passe par $A(0;2)$ et $B(2;-4)$.
Déterminer la fonction correspondante.

* on commence par chercher a, le coefficient directeur

$$a = \frac{f(x_A) - f(x_B)}{x_A - x_B} = \frac{2-(-4)}{0-2} = \frac{6}{-2} = -3 \quad \text{donc } a = -3$$

* on sait que la droite passe par B (on peut aussi prendre A)

$f(x_B) = a \times x_B + b$

on remplace par les valeurs numériques connues et on résoud l'équation : $x_B = 2$ $\quad f(x_B) = -4$

$$-4 = -3 \times 2 + b$$

$$-4 + 6 = \cancel{-6} + b \cancel{+6}$$

$$2 = b \quad \text{d'où} \quad b = 2$$

ainsi la fonction f passant par A et B est la suivante : $f : x \mapsto -3x + 2$